

17. INECUACIONES.

- Desigualdades:
 - $A > B$ significa “A es mayor que B”.
 - $A < B$ significa “A es menor que B”.
 - $A \geq B$ significa “A es mayor o igual que B”.
 - $A \leq B$ significa “A es menor o igual que B”.
- Cuando se cambia de miembro un número negativo multiplicando o dividiendo, se cambia el sentido de la desigualdad.
- Inecuaciones de primer grado con una incógnita.– Se siguen las mismas reglas que en las ecuaciones de primer grado con una incógnita, pero cuando se cambia de miembro un número negativo multiplicando o dividiendo, se cambia el sentido de la desigualdad.
- Inecuaciones de grado superior a uno, con una incógnita.– Se sigue el siguiente procedimiento:
 - Se deja un 0 en uno de los dos miembros.
 - Se factoriza el polinomio que queda en el otro miembro.
 - Se igualan a cero cada uno de los factores, y se obtienen así los valores x_1, x_2, \dots, x_n de la incógnita.
 - Se estudian mediante una tabla los signos del polinomio factorizado en los intervalos $(-\infty, x_1), (x_1, x_2), \dots, (x_n, +\infty)$.
 - La solución son los intervalos en los que se cumple la desigualdad inicial.
- Inecuaciones de una incógnita, con fracciones algebraicas.– Se sigue el siguiente procedimiento:
 - Se deja un 0 en uno de los dos miembros.
 - Se expresa todo el otro miembro como una sola fracción.
 - Se factorizan el numerador y el denominador.
 - Se estudian mediante una tabla los signos de la fracción en los intervalos $(-\infty, x_1), (x_1, x_2), \dots, (x_n, +\infty)$, siendo x_1, x_2, \dots, x_n los ceros del numerador y el denominador.
- Sistemas de inecuaciones con una incógnita.– Se sigue el siguiente procedimiento:
 - Se resuelven separadamente las inecuaciones, sin mezclarlas.
 - La solución del sistema es la intersección de las soluciones de cada inecuación. Para hallarla, puede ser útil representar gráficamente las soluciones de cada inecuación.
- Inecuaciones con dos incógnitas.– Se sigue el siguiente procedimiento:
 - Se despeja una de ellas y se representa la gráfica correspondiente. Si el signo “=” está incluido en la desigualdad, la gráfica debe representarse con trazo continuo, para indicar que sus puntos pertenecen a la solución. En caso contrario, se representa con trazo discontinuo.

– Se escoge un punto que esté a uno u otro lado de la gráfica y se sustituyen sus coordenadas x e y en la inecuación. Si la desigualdad se cumple, entonces la solución es la parte del plano situada a ese lado de la gráfica. En caso contrario, es la otra parte.

• **Sistemas de inecuaciones con dos incógnitas.**– Se sigue el siguiente procedimiento:

- Se resuelven separadamente las inecuaciones, sin mezclarlas.
- La solución es la región del plano que sea solución de todas las inecuaciones simultáneamente.

1. Resuelve las siguientes inecuaciones, y representa gráficamente la solución.

a) $2x + 9 \geq 3x + 5$

b) $3x - 8 \geq 5x + 2$

c) $\frac{1}{2}x - \frac{x+1}{3} < -\frac{x-2}{4}$

d) $-2 \cdot (x-4) > \frac{3-4x}{2} + 1$

e) $x+1 \leq \frac{4x-1}{6} - \frac{2-x}{3} + 11$

2. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $-2x^2 + 3x - 1 < 0$

b) $x^2 - 5x + 6 \leq 0$

c) $x^2 - 7x + 12 < 0$

d) $4x^2 + 4x + 1 \geq 0$

3. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $\frac{1}{4} > \frac{x-1}{x+2}$

b) $\frac{x-2}{x+1} > \frac{1}{4}$

c) $\frac{x+2}{3x-1} < 0$

d) $\frac{x+1}{x+2} > 3$

e) $\frac{x^2-9}{x^2-1} > 0$

f) $\frac{x^2-4}{x^2-9} > 0$

g) $\frac{x^2-7x+12}{x^2-7x+7} > 0$

h) $\frac{x^2-5x+6}{x^2-5x+4} > 0$

4. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $3x + 4y > 12$

b) $x \leq x - \frac{y-2}{3}$

c) $x + y < 1$

d) $x - 2y \leq 2x + \frac{1}{2}$

5. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones, y representa gráficamente las soluciones.

a)
$$\begin{cases} x - \frac{1}{3} \geq 2x + 4 \\ x - 2 \geq 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \frac{x-4}{3} \geq x+2 \\ x > 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + \frac{1}{5} < 3 \\ x \leq \frac{4 - 2x}{5} \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x + y > 0 \\ -x + y < 0 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} 2x + 3 \geq y \\ \frac{x + y}{2} < 1 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} x - 2 > 0 \\ x^2 - 4x + 3 < 0 \end{cases}$$

$$\text{g) } \begin{cases} x + 2y > 3 \\ x^2 - 5x + 6 \geq y \end{cases}$$

$$\text{h) } \begin{cases} x < -y \\ -y > -x \\ y > -1 \end{cases}$$

$$\text{i) } \begin{cases} x + y + 1 > 0 \\ x - y > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$